|  |
| --- |
| **OBJETIVO (S):**  **Objetivo General:**  Al final del curso el alumno será capaz de comprender y manejar las herramientas y técnicas que se utilizan en espacios métricos, para aplicarlos en diferentes áreas de las Matemáticas.  **Objetivos específicos:**   1. Comprender los números reales como un campo ordenado con la propiedad de la mínima cota superior. 2. Comprender la relación entre la propiedad de la mínima cota superior y la completez de un espacio métrico. 3. Analizar la interrelación entre los conceptos principales de sucesiones, conjuntos, métricas y normas en Rn. 4. Comprender los conceptos de convergencia puntual y uniforme de funciones y su relación con el cálculo. 5. Comprender la justificación formal de algunos resultados principales del cálculo y su generalización. 6. Relacionar los conceptos y resultados de espacios métricos con los correspondientes de R2 o R3. 7. Aplicar los principales resultados relacionados con espacios métricos a diferentes áreas de las Matemáticas.   **CONTENIDO SINTÉTICO:**   1. Topología de espacios métricos y normados.    1. Conjuntos abiertos y cerrados.    2. Conjuntos acotados.    3. Sucesiones, sucesiones convergentes y de Cauchy.    4. Ejemplos y contraejemplos.    5. Operaciones con sucesiones y propiedades.    6. El espacio Rn y normas usuales.    7. Completez. 2. Compacidad y conexidad en espacios métricos.    1. Conjuntos compactos y secuencialmente compactos.    2. Conjuntos acotados y totalmente acotados.    3. Teorema de Bolzano-Weierstrass y completez de Rn.    4. Teorema de Heine-Borel.    5. Conjuntos conexos y arcoconexos.    6. Ejemplos y contraejemplos. 3. Funciones continuas entre espacios métricos.    1. Definiciones.    2. Equivalencia de definiciones sobre continuidad.    3. Continuidad uniforme.    4. Ejemplos y contraejemplos. 4. Espacio de funciones continuas.   4.1 Convergencia puntual y convergencia uniforme.  4.2 Convergencia y diferenciación.  4.3 Convergencia e integración.  4.4 Series de potencias.   1. Compacidad y continuidad.    1. Funciones continuas sobre espacios compactos.    2. Compacidad y continuidad uniforme.    3. Ejemplos y contraejemplos. 2. Conexidad y continuidad.    1. Funciones continuas sobre espacios conexos.    2. Conexidad y el teorema del valor intermedio.    3. Ejemplos y contraejemplos. 3. Punto fijo de Banach.    1. Funciones de Lipschitz.    2. Funciones contractivas y expansivas.    3. Teorema de punto fijo de Banach.    4. Aplicaciones.   **MODALIDADES DE CONDUCCIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE:**  Clase teórico-práctica a cargo del profesor con participación activa del alumno.  Dado que el contenido es complejo, se requiere del desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y lógico matemático para su comprensión. Para esto, se requiere que los alumnos tengan como modelos a *R, C, R2 o R3* y hacer las analogías necesarias de lo que se está viendo con éstos. Dado que la mayoría de los ejemplos de espacios métricos interesantes son espacios normados, y la norma es una generalización del valor absoluto en R (o del módulo en C) se sugiere utilizar la notación de norma sólo como una herramienta para simplificar cálculos o expresiones; por ejemplo, para probar la desigualdad del triángulo, reescribir la definición de continuidad, continuidad uniforme, convergencia uniforme, en los casos que el codominio (y/o dominio) sean normados y así facilitar la analogía con los conceptos del cálculo.  Se sugiere utilizar técnicas de enseñanza que propicien en el alumno su participación activa y corresponsable en el proceso de aprendizaje, que fomenten el pensamiento crítico, la disciplina y el rigor en el trabajo académico, así como la capacidad para aprender por sí mismo.  Las modalidades de conducción incluirán lecturas guiadas, exposiciones del profesor, trabajo colaborativo, exposiciones de los alumnos y resolución de problemas, entre otros. La conducción de la UEA debe incluir múltiples oportunidades para discutir y reflexionar sobre los conceptos y resultados de espacios métricos con los propios de R, R2 o R3.  Se sugiere el uso de algún paquete de software científico o numérico adecuado para el modelado, visualización y solución de problemas referentes a esta UEA.  Se recomiendan reuniones periódicas de los profesores que impartan esta UEA durante el trimestre, con el fin de discutir el desarrollo de la misma, evaluando y mejorando el proceso de conducción del aprendizaje, concebir los ejemplos y ejercicios presentados, así como elaborar las tareas y notas de clase, las evaluaciones periódicas y terminal.  Las habilidades transversales que deberá adquirir el alumno, asociadas a esta UEA son las siguientes:  (**Ht1) Auto-aprendizaje**: analizar un tema conocido para profundizar sus conocimientos y entender su aplicación.  **(Ht2) Trabajo en equipo**: hacer una tarea en equipo, conocer el trabajo que realizaron los demás compañeros y hacer un reporte con los resultados del equipo, participar en dinámicas de grupo para resolver proyectos durante la clase.  **(Ht3) Comunicarse de forma oral y escrita en español**: exponer la solución a un ejercicio argumentando el procedimiento y redactar la solución a un problema justificando matemáticamente los procedimientos, así como la pertinencia de los mismos.  **(Ht4) Comprender textos técnico-científicos en español:** leer, comprender e identificar pasos claves en demostraciones para reproducirlas posteriormente, leer un artículo de divulgación que incluya lenguaje formal y elaborar un resumen escrito.  **(Ht5) Comprender textos técnicos-científicos en inglés**: leer y comprender sobre un tema conocido y explicarlo en español.  Las habilidades disciplinares que deberá adquirir el alumno asociadas a esta UEA son:  **(H1) Abstracción:** manejar diferentes representaciones matemáticas de un mismo objeto, manejo e integración de estructuras matemáticas, métodos y procedimientos.  **(H2) Modelar-Analizar-resolver problemas**: analizar modelos matemáticos en dos o más variables y su pertinencia.  **(H3) Demostrar**: seguir y estructurar demostraciones, proponer ejemplos y contraejemplos y realizar demostraciones propias de la UEA.  Las actitudes que deberá mostrar el alumno son:  **(A0)** Autónomos y propositivos.  **(A1)** Perseverancia en la solución de problemas.  **(A2)** Sentido crítico y reflexivo.  **(A3)** Disciplina para aplicar los conocimientos adquiridos.  **(A4)** Disposición para el trabajo colaborativo.  **(A5)** Honestidad, integridad y comportamiento ético.  **(A6)** Responsabilidad social.  **MODALIDADES DE EVALUACIÓN:**  **Evaluación Global:**  Se ponderarán las siguientes actividades a criterio del profesor:   * Entrega por escrito de ejercicios y/o tareas de manera individual o por equipo. * Reportes de lecturas. * Entrega y/o exposición oral de proyectos en español. * Evaluaciones periódicas, orales y/o escritas. * Participación en los procesos de planteamiento y solución de problemas tanto en las sesiones teóricas como en las prácticas. * Evaluación terminal.   **Evaluación de Recuperación:**  El alumno deberá presentar una evaluación teórico-práctica que contemple los contenidos de la unidad de enseñanza aprendizaje. A criterio del profesor, se podrá solicitar también una práctica, proyecto, ejercicios, etc. que permita evaluar la parte práctica de la UEA.  No requiere inscripción previa a la UEA.  **BIBLIOGRAFÍA NECESARIA O RECOMENDABLE:**   1. Bachman G. and Narici L. Functional analysis. Dover, 2000. 2. Bhatt R. D. Intermediate Mathematical Analysis. Alpha Science International Ltd, 2009. 3. Clapp M. Análisis Matemático. UNAM, 2015. 4. Dieudonné J. Foundations of Modern Analysis. Academic Press, 1969. 5. Marsden J. E. y Hoffman M. J. Elementary Classical Analysis. W. H. Freeman and Company, 1993. 6. Rudin W. Principles of mathematical analysis. McGraw-Hill, 1976. |